

## Chapitre 6

# Diffusion multiple de la lumière polarisée

 ES OBJETS constitués d'une multitude de petites particules sont généralement blancs comme la porcelaine, le talc, le lait ou les nuages. Cette observation quotidienne est une conséquence des lois de transport de la lumière dans les milieux diffusants. Lorsque le soleil est voilé, sa lumière nous parvient à travers les nuages, elle est *diffusée* par les multiples gouttelettes d'eau. Une représentation simplifiée de ce qui se passe est l'image d'une onde lumineuse qui rebondirait sur les gouttes d'eau et ressortirait du nuage. La diffusion est dite *simple* lorsque chaque photon ne subit qu'une seule diffusion. En mesurant l'onde émergente dans plusieurs directions on déduit des informations sur le comportement microscopique du système. Cette technique ne peut être utilisée que si chaque photon n'est diffusé qu'une fois, et ne permet en pratique que d'étudier des milieux transparents suffisamment dilués. Dans les milieux fortement diffusants, comme le lait, la porcelaine ou les nuages les photons subissent de nombreuses diffusions avant de ressortir. On appelle ce phénomène la diffusion multiple de la lumière, elle nécessite de nouvelles techniques d'analyse.

Nous montrons dans ce chapitre que l'image simplifiée d'une onde lumineuse rebondissant sur des diffuseurs permet une analogie avec la géométrie d'un polymère. Pour définir la vrille d'un polymère, nous avons eu recours à deux chaînes qui for-

maient un ruban. Une chaîne et un vecteur normal à cette chaîne constituent une représentation équivalente de ce ruban. Si on représente un rayon lumineux comme une chaîne et la polarisation linéaire de la lumière comme un vecteur normal, on étend la notion de vrille aux rayons lumineux. Cette analogie permet de réutiliser les résultats des chapitres précédents pour étudier l'évolution de la polarisation de la lumière au cours d'une diffusion multiple. Nous montrons comment utiliser ce concept pour la diffusion multiple transverse à travers un objet relativement mince et pour la rétrodiffusion dans un milieu dilué. Dans ce dernier cas, nous donnons une interprétation simple de la formation de motifs observés expérimentalement.

Nous commençons par rappeler quelques notions sur la polarisation de la lumière, et détaillons plus particulièrement les représentations par les vecteurs de Jones, de Stokes et de Poincaré. Nous parlons ensuite du transport de la polarisation dans la diffusion de la lumière, et nous montrons que la polarisation est transportée parallèlement au cours d'une diffusion pour certains régimes. Tous ces ingrédients permettent de conduire l'analogie avec les polymères. Nous présentons enfin les deux applications à la diffusion transverse et à la rétrodiffusion.

## 6.1 La lumière polarisée

### 6.1.a Origine électromagnétique de la polarisation

Une onde plane électromagnétique est entièrement décrite par son vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  et son champ électrique  $\mathbf{E}$ . Ce dernier a pour composantes

$$\begin{cases} E_x(z,t) = E_x^0 \cos(kz - \omega t + \varphi_x) \\ E_y(z,t) = E_y^0 \cos(kz - \omega t + \varphi_y). \end{cases} \quad (\text{I-6.1})$$

On appelle **déphasage** l'angle  $\varphi = \varphi_y - \varphi_x$ . Il est généralement choisi dans l'intervalle  $[-\pi, \pi]$  et caractérise l'état de **polarisation** de la lumière c'est-à-dire la trajectoire de l'extrémité de  $\mathbf{E}$  dans le plan d'onde. Les relations (I-6.1) montrent qu'en général la polarisation décrit une *ellipse*. Nous avons représenté des états de polarisation sur la figure 6.1 :

- (i) si  $\varphi = 0$  ou  $\varphi = \pi$ , alors  $E_x$  et  $E_y$  sont proportionnels :  $\mathbf{E}$  décrit un segment de droite et l'état de polarisation est dit **rectiligne** ;
- (ii) si  $\varphi = \pi/2$  ou  $\varphi = -\pi/2$  et  $E_x^0 = E_y^0$  alors le vecteur  $\mathbf{E}$  décrit un cercle et l'état de polarisation est dit **circulaire** ;
- (iii) si  $\varphi \in [0, \pi]$  l'état de polarisation est dit **gauche** et si  $\varphi \in [-\pi, 0]$  il est dit **droit**.

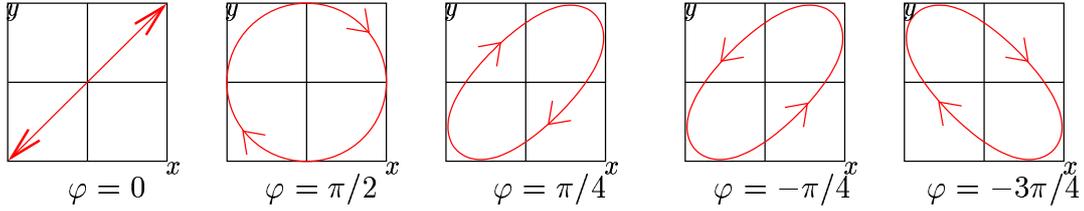


fig. 6.1: Différents états de polarisation.  $\varphi = 0$  correspond à un état linéaire,  $\varphi = \pi/2$  à un état circulaire. Les trois états de droite sont des ellipses, gauche ou droite selon le sens de rotation.

### 6.1.b Vecteurs de Jones

On écrit  $\mathbf{E}^0$  comme un vecteur de Jones  $\mathbf{J} \in \mathbf{C}^2$ . Cette notation permet une approche matricielle pour résoudre des problèmes liés à la polarisation.

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} E_x^0 e^{i\varphi_x} \\ E_y^0 e^{i\varphi_y} \end{pmatrix} \quad (\text{I-6.2})$$

L'intensité d'une onde décrite par un vecteur de Jones  $\mathbf{J}$  est la norme hermitienne de ce vecteur

$$I = {}^t \mathbf{J}^* \cdot \varepsilon \cdot \mathbf{J} = \mathbf{J}^\dagger \cdot \varepsilon \cdot \mathbf{J} = \varepsilon \left[ (E_x^0)^2 + (E_y^0)^2 \right], \quad (\text{I-6.3})$$

où  $\varepsilon$  est la *permittivité*. On introduit aussi l'angle  $\chi$  tel que

$$\mathbf{J} = \sqrt{\frac{I}{\varepsilon}} \begin{pmatrix} \cos \chi e^{i\varphi_x} \\ \sin \chi e^{i\varphi_y} \end{pmatrix}. \quad (\text{I-6.4})$$

#### Vecteurs de Jones d'états particuliers

Les vecteurs de Jones pour les différents états de polarisation se déduisent de la définition (I-6.2). On note  $\mathbf{j}_x$  et  $\mathbf{j}_y$  les vecteurs de Jones correspondant aux états linéaires selon les axes ( $Ox$ ) et ( $Oy$ ), et  $\mathbf{j}_+$  et  $\mathbf{j}_-$  ceux correspondant aux états circulaires droit et gauche :

$$\mathbf{j}_x \stackrel{\text{déf.}}{=} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{j}_y \stackrel{\text{déf.}}{=} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{j}_+ \stackrel{\text{déf.}}{=} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}, \quad \mathbf{j}_- \stackrel{\text{déf.}}{=} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}. \quad (\text{I-6.5})$$

#### Matrice de Jones

On dit d'un appareil optique qu'il est *linéaire* si la lumière entrante est décrite par un vecteur de Jones  $\mathbf{J}$  et la lumière sortante décrite par un vecteur de Jones  $\mathbf{J}'$  tels que

$$\mathbf{J}' = \mathbf{T} \mathbf{J}, \quad (\text{I-6.6})$$

où  $T$  est une matrice  $2 \times 2$  complexe appelée matrice de Jones. Par exemple, la matrice de Jones d'un polariseur linéaire dans la direction  $x$  est

$$P_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{I-6.7})$$

### 6.1.c Les paramètres de Stokes

On définit le vecteur de Stokes d'un état polarisé (Huard, 1993; Brosseau, 1998) par

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} I \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} \stackrel{\text{déf.}}{=} I \begin{bmatrix} 1 \\ \cos 2\chi \\ \sin 2\chi \cos \varphi \\ \sin 2\chi \sin \varphi \end{bmatrix}. \quad (\text{I-6.8})$$

Les paramètres de Stokes forment une représentation complète de l'intensité et de la polarisation. Pour la lumière totalement polarisée ces quantités sont reliées par la relation  $I^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2$ .

#### La sphère de Poincaré

Les trois composantes  $S_1$ ,  $S_2$  et  $S_3$  sont des coordonnées sphériques. La représentation en termes des angles  $\varphi$  et  $2\chi$  est appelée la sphère de Poincaré. Le rayon de la sphère est l'intensité. La sphère de Poincaré est représentée sur la figure 6.2. D'après l'équation (I-6.4), deux états orthogonaux ont des valeurs de  $\chi$  qui diffèrent de  $\pi/2$ , ils sont représentés par des points opposés sur la sphère de Poincaré.

#### Matrice de Mueller

Les dispositifs linéaires introduits dans le paragraphe précédent transforment le vecteur de Stokes linéairement. La matrice qui transforme l'état entrant  $\mathbf{S}$  en l'état sortant  $\mathbf{S}'$  tel que

$$\mathbf{S}' = \mathbf{M}\mathbf{S} \quad (\text{I-6.9})$$

est appelée matrice de Mueller. C'est une matrice  $4 \times 4$  réelle. Par exemple la matrice de Mueller d'un polariseur linéaire dans la direction  $x$  (voir sa matrice de Jones équation (I-6.7)) est

$$M_x = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{I-6.10})$$

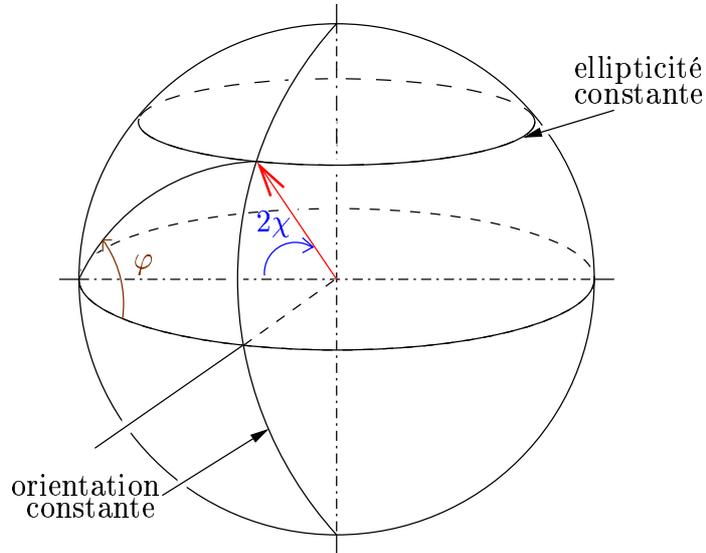


fig. 6.2: *Sphère de Poincaré*. Le grand cercle  $\varphi = 0$  représente les états polarisés linéairement. Les parallèles sont les lignes d'ellipticité constante. Les méridiens sont les lignes d'orientation constante des axes.

### Degré de polarisation

Les description précédentes concernent la lumière totalement polarisée. La lumière *partiellement* polarisée est facilement décrite par les paramètres de Stokes. Si on s'intéresse à la moyenne temporelle du vecteur de Stokes  $\langle \mathbf{S} \rangle$ , on définit le degré de polarisation  $\varpi$

$$\varpi \stackrel{\text{déf.}}{=} \frac{\sqrt{\langle S_1 \rangle^2 + \langle S_2 \rangle^2 + \langle S_3 \rangle^2}}{\langle I \rangle} \in [0,1]. \quad (\text{I-6.11})$$

La lumière est totalement polarisée si  $\varpi = 1$  et totalement dépolarisée si  $\varpi = 0$ . Dans le cas de la lumière naturelle  $\varpi = 0$ :

$$\mathbf{S}_{\text{naturelle}} = I \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{I-6.12})$$

## 6.2 Caractéristiques de la diffusion multiple

On présente dans cette section quelques caractéristiques de la diffusion multiple de la lumière polarisée par des diffuseurs sphériques.

### 6.2.a Longueurs caractéristiques

On appelle **libre parcours moyen élastique**  $\ell$  la distance moyenne entre deux diffusions. Dans un milieu dilué contenant par unité de volume  $\rho$  diffuseurs de section efficace  $\sigma$  on a

$$\ell = \frac{1}{\rho\sigma}. \quad (\text{I-6.13})$$

La mémoire de la direction de propagation est conservée sur une longueur appelée **libre parcours moyen de transport**  $\ell^*$  défini de la même façon que la longueur de persistance d'un polymère semi-flexible,  $\ell$  étant l'analogie de la distance entre monomères. Si on note  $\theta$  l'angle entre les photons incident et diffusé on a

$$\ell^* \stackrel{\text{déf.}}{=} \frac{\ell}{1 - \langle \cos \theta \rangle}, \quad (\text{I-6.14})$$

Nous parlons dans la suite d'autres longueurs que nous noterons  $\ell^{**}$  de façon générique et qui sont les longueurs pour lesquelles la lumière garde la mémoire de sa polarisation.

### 6.2.b Les différents régimes de diffusion multiple

Pour des questions de simplicité, nous ne parlons ici que de la diffusion par des particules sphériques, uniformes et de polarisabilité  $\alpha$ . La théorie de la diffusion de la lumière par des sphères (van de Hulst, 1981) est bien établie depuis les travaux de Mie. Nous montrons dans quels régimes la longueur  $\ell^*$  est grande devant  $\ell$ , car ce sont les régimes qui, parce qu'ils présentent une analogie avec les polymères semi-flexibles, nous intéressent.

On se place dans un milieu de permittivité  $\varepsilon$  réelle, c'est-à-dire non absorbant, dans lequel se trouve des sphères monodisperses de rayon  $a$ , de permittivité  $\varepsilon'$  également réelle et on note

$$n \stackrel{\text{déf.}}{=} \sqrt{\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}} \quad \text{et} \quad x \stackrel{\text{déf.}}{=} \frac{2\pi a}{\lambda} = ka. \quad (\text{I-6.15})$$

La théorie de Mie donne une solution exacte des équations de Maxwell dépendant de  $n$  et  $x$  pour la lumière diffusée par une sphère unique. Les notations utilisées sont décrites sur la figure 6.3. On écrit toujours le vecteur de Jones dans la base  $(\hat{u}_\perp, \hat{u}_\parallel)$ , et on caractérise la diffusion par la matrice de Jones entre l'état de polarisation juste avant la diffusion et celui juste après. Dans le cas de la diffusion simple par une sphère, la matrice de Jones est diagonale. Les régimes de diffusion que nous allons brièvement décrire sont ceux de Rayleigh ( $x \ll 1$  et  $nx \ll 1$ ), celui de Rayleigh-Gans ( $n - 1 \ll 1$  et  $x(n - 1) \ll 1$ ), et celui de l'optique géométrique ( $x \gg 1$  et  $x(n - 1) \gg 1$ ).

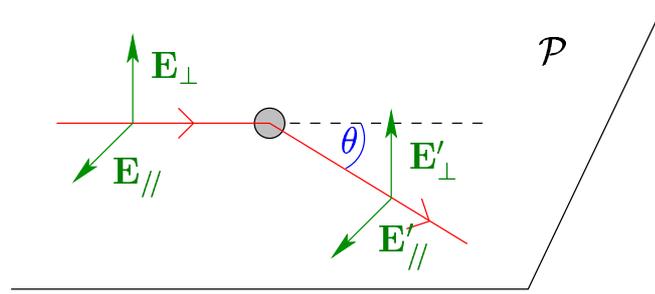


fig. 6.3: Diffusion de la lumière par une particule. Le plan de diffusion est noté  $\mathcal{P}$ , le champ électrique est décomposé en  $\mathbf{E}_\perp$  orthogonal à  $\mathcal{P}$  et  $\mathbf{E}_\parallel$  dans le plan  $\mathcal{P}$ . Les quantités après diffusion sont notées avec le symbole ' et l'angle de diffusion est noté  $\theta$ .

### Petites particules : diffusion de Rayleigh

Lorsque  $x \ll 1$  et que  $nx \ll 1$  on se situe dans le régime de diffusion de Rayleigh (van de Hulst, 1981, page 64). La matrice de Jones est

$$\mathbb{T} = \frac{k^2 \alpha}{r} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (\text{I-6.16})$$

où  $r$  est la distance du point de mesure au centre du diffuseur. La section efficace de diffusion simple est

$$\sigma_{\text{Rayleigh}} = \frac{1 + \cos^2 \theta}{2} k^4 \alpha^2 \quad (\text{I-6.17})$$

indiquant que les grandes longueurs d'onde sont plus efficacement diffusées ( $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ). Lorsque l'on regarde à  $90^\circ$  de la direction de lumière incidente à travers une solution de petites particules elle apparaît bleuté (comme le ciel), et en transmission, elle apparaît rougeâtre (comme le soleil couchant). La diffusion de Rayleigh est caractérisée par  $\langle \cos \theta \rangle = 0$ .

### Diffusion de Rayleigh–Gans

Le régime pour lequel l'indice  $n$  est proche de 1 est appelé régime de Rayleigh–Gans. Les conditions précises du régime de Rayleigh–Gans sont  $n - 1 \ll 1$  et  $x(n - 1) \ll 1$ . La matrice de Jones a pour expression

$$\mathbb{T} = (n - 1) G_1(r, \theta, x) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (\text{I-6.18})$$

où  $G_1$  est maximum quand  $\theta = 0$ . Sur la figure 6.4, on a représenté  $l^*/l$  en fonction

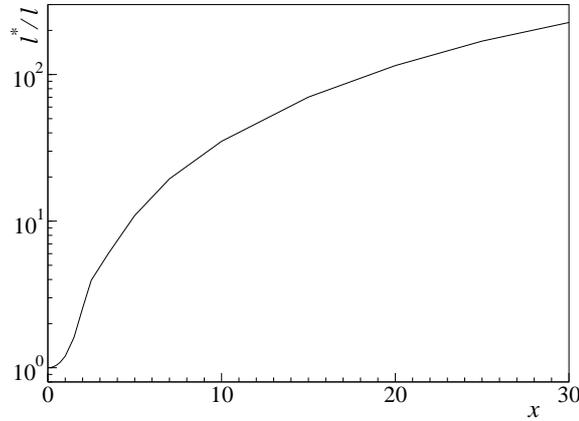


fig. 6.4: Rapport du libre parcours moyen de transport au libre parcours moyen élastique dans le régime de Rayleigh–Gans en fonction de la taille de la particule. Lorsque  $x \ll 1$  on a  $l^* \simeq l$ . Lorsque  $x \gg 1$ ,  $l^*$  est très grand devant  $l$ .

de  $x$  pour la diffusion de Rayleigh–Gans. On retrouve que si  $x \ll 1$  alors  $l^* \simeq l$  qui correspond au régime de Rayleigh, et si  $x \gg 1$ , on a  $l^* \gg l$ . Bien sûr ce dernier régime n'est valable que pour  $x \ll \frac{1}{n-1}$ .

### Optique géométrique

Dans le régime de grandes particules ( $x \geq 1$ ), les deux coefficients diagonaux de la matrice de Jones de la diffusion simple sont égaux

$$T = G_2(r, \theta, x) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{I-6.19})$$

Comme cette matrice est proportionnelle à l'unité, la polarisation de la lumière n'est pas modifiée au cours d'une diffusion et la mémoire de la polarisation est conservée après plusieurs diffusions par des grandes sphères. Ce sont donc les régimes dans lesquels les particules sont grandes devant la longueur d'onde qui sont intéressants pour conduire une analogie entre la diffusion multiple de la lumière et les polymères semi-flexibles. Dans la section suivante, nous montrons que le transport de la polarisation est un transport parallèle.

## 6.3 Transport de la polarisation et vrille

### 6.3.a Le transport de la polarisation par diffusion multiple

Nous avons vu comment le champ électrique est transformé au cours d'une diffusion. Lorsque l'on est dans l'approximation de l'optique géométrique on est en droit de considérer des trajectoires de photons. La matrice de diffusion est, dans ce régime, diagonale avec des coefficients égaux (équation (I-6.19)), ce qui signifie d'une part que les angles  $\varphi$  et  $\chi$  de la polarisation sont inchangés; et d'autre part que la direction de polarisation est la même par rapport au rayon lumineux avant et après la diffusion.

Une description analogue du transport a été utilisée dans la section 2.4.c pour montrer le théorème de Fuller. C'est la description d'un transport parallèle défini d'un point de vue intrinsèque. La polarisation de la lumière est transportée parallèlement dans ce régime (voir également (MacKintosh et coll., 1989)). On en déduit immédiatement l'existence d'une vrille pour un chemin lumineux, matérialisée par la rotation de la direction de polarisation. Cette direction joue le rôle du vecteur  $\mathbf{V}$  que nous avons utilisé pour démontrer la formule de Fuller. Dans les autres régimes abordés, Rayleigh et Rayleigh–Gans, à la limite où l'angle de diffusion tend vers 0, on tend vers une matrice de Jones dont les coefficients sont égaux, cette limite correspond également à la limite où  $\ell^*/\ell \rightarrow \infty$ . La légère différence entre les deux coefficients de la matrice de Jones pour les régimes Rayleigh et Rayleigh–Gans suffit à faire perdre la mémoire de la polarisation sur une échelle de distance de l'ordre du libre parcours moyen de transport. Signalons qu'un résultat similaire, pour un milieu présentant de faibles inhomogénéités diélectriques, correspondant à l'approximation de Rayleigh–Gans a été découvert par Rytov (Rytov, 1939).

### 6.3.b Phase géométrique

La polarisation est transportée parallèlement le long d'une trajectoire. Si l'on couple avec chaque trajectoire de photon celle de la « pointe » du champ électrique, on se ramène à l'image de deux chemins liés de la même façon que deux brins d'ADN (voir figures 1.3 et 2.6). Le concept de vrille, qui découle directement de cette représentation (I-2.16) s'applique à la lumière polarisée et se manifeste concrètement par une rotation de la direction de polarisation d'un angle  $2\pi W_f$  appelé phase géométrique, ou phase de Berry (Berry, 1987). Cette phase a été mise en évidence expérimentalement pour de la lumière polarisée se propageant le long d'une fibre optique (Tomita et Chiao, 1986).

### Phase d'une onde lumineuse

La lumière polarisée circulairement est caractérisée par une hélicité  $h = \pm 1$  correspondant respectivement à la polarisation droite et gauche. La phase d'une onde lumineuse qui évolue dans le temps et l'espace le long d'une trajectoire rectiligne selon  $(Ox)$  a pour expression  $kx - \omega t$ . Dans notre étude on s'intéresse uniquement aux phases dues à la géométrie, c'est-à-dire seulement au terme  $kx = 2\pi nx/\lambda$ . Ce terme est l'analogue de la torsade interne de l'ADN, c'est à dire de  $L\omega_0$ . Il exprime la rotation du champ électrique autour de la trajectoire.

La phase d'une onde lumineuse quelconque est l'analogue de l'indice de liage (au facteur  $2\pi$  près) entre la trajectoire proprement dite et l'extrémité du champ électrique. C'est une phase de Berry (Berry, 1984). Elle s'écrit

$$\psi = \frac{2\pi nL}{\lambda} - h\mathcal{A}(\mathcal{T}). \quad (\text{I-6.20})$$

On reconnaît une forme du théorème de Călugăreanu (I-2.17) appliqué à une onde lumineuse polarisée circulairement. Contrairement aux expériences de manipulation de l'ADN, on est ici en présence d'un grand nombre de trajectoires et on doit étudier les conséquences de l'équation (I-6.20) en faisant des statistiques sur l'ensemble des rayons lumineux aboutissant en un point donné. La polarisation étant définie modulo  $2\pi$  la formule de Fuller peut être utilisée.

## 6.4 Dépolarisation de la lumière transmise

On s'intéresse à une expérience de diffusion multiple de la lumière en transmission. L'épaisseur  $L$  du dispositif doit être au plus de l'ordre du libre parcours moyen de transport  $\ell^*$ . On se place dans les conditions telles que le transport de la polarisation est un transport parallèle : particules de grande taille, milieu dilué.

### 6.4.a Calcul du champ émergent

On est dans des conditions proches de l'optique géométrique et on peut considérer des chemins lumineux. Un photon subit un grand nombre de diffusions d'angles petits et en sortant un photon d'hélicité  $\pm 1$  est déphasé. Son vecteur de Jones est

$$\mathbf{j}'_{\pm} = e^{i\psi} \mathbf{j}_{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i2\pi \frac{n}{\lambda} L} e^{\mp i2\pi W_r} \begin{pmatrix} 1 \\ \pm i \end{pmatrix}. \quad (\text{I-6.21})$$

La lumière incidente est polarisée linéairement, si bien que le vecteur de Jones normalisé d'un photon émergent est

$$\mathbf{j}' = \frac{1}{\sqrt{2}} (\mathbf{j}'_+ + \mathbf{j}'_-) = e^{i2\pi \frac{n}{\lambda} L} \begin{pmatrix} \cos 2\pi W_r \\ \sin 2\pi W_r \end{pmatrix} \simeq e^{i2\pi \frac{n}{\lambda} L} \begin{pmatrix} 1 \\ 2\pi W_r \end{pmatrix}. \quad (\text{I-6.22})$$

La lumière émergente est la superposition des photons diffusés selon différents chemins dans le milieu. Le vecteur de Jones émergent est donc la somme des vecteurs de Jones des ondes lumineuses suivant tous les chemins

$$\mathbf{J}_{\text{sortant}} = \sum_{\text{chemins}} e^{i2\pi\frac{n}{\lambda}L_i} \begin{pmatrix} 1 \\ 2\pi W r_i \end{pmatrix} \quad (\text{I-6.23})$$

que l'on écrit sous la forme

$$\mathbf{J}_{\text{sortant}} = A e^{i\delta} \begin{pmatrix} 1 \\ 2\pi W e^{i\Phi} \end{pmatrix}. \quad (\text{I-6.24})$$

Le coefficient  $A \exp(i\delta)$  est la somme des coefficients  $\exp(i2\pi n L_i / \lambda)$  qui sont indépendants et dont les arguments sont distribués uniformément sur  $[0, 2\pi]$  car les fluctuations de la longueur  $L$  sont grandes devant  $\lambda$ . Pour les mêmes raisons,  $\Phi$  est uniformément distribué. La distribution de probabilité de  $A \times 2\pi W$  est de moyenne nulle et sa variance est la somme des variances de la phase géométrique de chaque chemin. Comme  $A = \sqrt{I}$ , on estime que  $\langle W^2 \rangle = \langle W r_i^2 \rangle$  et grâce à la formule de Lévy (équation (I-3.19)), valable pour  $L \leq \ell^*$ , on obtient

$$\langle W^2 \rangle = \langle W r^2 \rangle = \frac{1}{48} \left( \frac{L}{\ell^*} \right)^2. \quad (\text{I-6.25})$$

#### 6.4.b Représentation sur la sphère de Poincaré

Représentons maintenant la distribution des états émergents de notre système sur la sphère de Poincaré. D'après le résultat (I-6.24) il s'agit d'une tache centrée sur l'état  $\mathbf{j}_x$ . En comparant ce résultat avec l'équation (I-6.4), on en déduit que le vecteur de Stokes de l'état émergent est environ

$$\mathbf{S}_{\text{sortant}} \simeq I \begin{bmatrix} 1 \\ \cos 4\pi W \\ \sin 4\pi W \cos \Phi \\ \sin 4\pi W \sin \Phi \end{bmatrix}. \quad (\text{I-6.26})$$

La largeur de la tache sur la sphère est estimée par (voir une illustration dans la publication I-B)

$$\sqrt{\langle (2\pi W)^2 \rangle} \sim \frac{\pi}{2\sqrt{3}} \frac{L}{\ell^*}. \quad (\text{I-6.27})$$

### 6.4.c Longueur de transport de la polarisation

Le degré de polarisation de la lumière émergente est d'après la définition (I-6.11)

$$\begin{aligned} \varpi &= \sqrt{\langle \cos 4\pi W \rangle^2 + \langle \sin 4\pi W \cos \Phi \rangle^2 + \langle \sin 4\pi W \sin \Phi \rangle^2} \\ &= \sqrt{\langle \cos 4\pi W \rangle^2 + 0 + 0} = \langle \cos 4\pi W \rangle = \frac{\pi}{\operatorname{sh} \pi \frac{L}{\ell_p}} \frac{L}{\ell_p}. \end{aligned} \quad (\text{I-6.28})$$

On estime la longueur  $L$  après laquelle la polarisation est perdue en observant que la pente de la courbe représentative de  $x \mapsto \frac{x}{\operatorname{sh} x}$  pour  $x \in [1, 3]$  est de l'ordre de  $-1/3$ , ce qui nous permet d'estimer

$$\ell_x^{**} \simeq \frac{\pi}{3} \ell^*. \quad (\text{I-6.29})$$

Ce résultat est en bon accord qualitatif avec les simulations numériques (Brosseau, 1998; Martinez, 1993; Martinez et Maynard, 1994) qui montrent que  $\ell^{**}$  est voisin de  $\ell^*$  pour la lumière de polarisation rectiligne pour la diffusion multiple par des grandes particules.

Pour la lumière circulaire, notre modèle ne permet pas de prédire de longueur de transport de la polarisation, il faut pour cela introduire la possibilité qu'un photon change d'hélicité au cours d'une diffusion. Dans une solution de particules de taille grande devant  $\lambda$  où les états propres de propagation sont les états de polarisation circulaire, les états de polarisation rectilignes sont plus rapidement dépolarisés que les états circulaires. Ceci a été observé expérimentalement et numériquement (Martinez, 1993; Martinez et Maynard, 1994). Il a été montré que lorsque le contraste diélectrique est faible ( $n - 1 \ll 1$ ), le rapport  $\ell_{\text{circulaire}}^{**}/\ell^*$  varie comme  $\ln x$  dans le régime de Rayleigh-Gans et comme  $\ln |n - 1|$  dans le régime de l'optique géométrique (Gorodnitchev et coll., 1998). Cette longueur peut devenir très grande, par exemple dans un fluide critique.

## 6.5 Motifs de lumière polarisée rétrodiffusée

### 6.5.a Dispositif expérimental

Sur la figure 6.5 est représenté un dispositif expérimental de diffusion multiple de la lumière en *rétrodiffusion*. L'originalité de cette expérience réside dans le fait que la source lumineuse est ponctuelle et l'observation des résultats est représentée spatialement. Les photographies et résultats de calculs que nous montrons pour cette expérience sont simplement des images telles qu'on les observe à l'œil nu.

Les expériences avec des particules de grande taille ont montré qu'avec des polariseurs rectilignes en (1) et (2) (voir figure 6.5) on avait apparition de motifs à symétrie quatre dont l'orientation varie comme le double de l'angle entre les deux

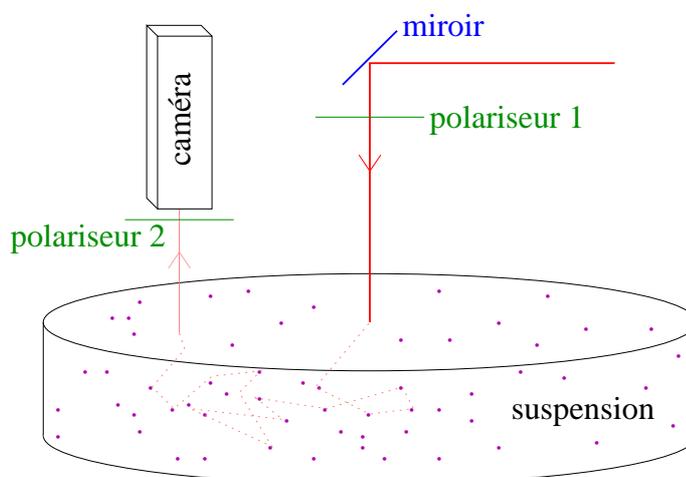


fig. 6.5: *Dispositif expérimental pour les expériences de diffusion multiple de la lumière en rétrodiffusion. La lumière incidente arrive horizontalement et est réfléchie sur un miroir. Un polariseur (1) est placé juste après le miroir. On effectue les mesures avec une caméra en plaçant devant l'objectif un autre polariseur (2). On mesure l'intensité en chaque point. Notons que ces motifs sont visibles à l'œil nu.*

polariseurs (Dogariu et Asakura, 1993) ; le contraste diminue avec la concentration de diffuseurs. Des mesures plus précises, ont permis de tracer la matrice de Mueller. Là encore un motif à symétrie quatre est visible sur la plupart des coefficients de la matrice (Hielscher et coll., 1997). Nous présentons dans cette section une interprétation de ce phénomène faisant appel à la notion de transport parallèle et de vrille.

Nous avons réalisé une expérience de ce type avec l'équipe de Michel Cloître du laboratoire Matière Molle et Chimie. Notre dispositif était rudimentaire mais suffisant pour observer cet effet de symétrie quatre. Nous avons réalisé les expériences avec un rayon laser et de la lumière blanche. Nous présentons deux photographies de ces expériences faites avec la lumière blanche polarisée, ce qui constitue une originalité par rapport aux expériences déjà mentionnées (figures 6.6 et 6.7).

### 6.5.b *Modèle simple pour l'interprétation des expériences*

La figure 6.8 présente une interprétation de la symétrie d'ordre 4 de la photographie 6.7, basée sur la rotation de la polarisation rectiligne. Elle confirme les résultats de (Dogariu et Asakura, 1993) notamment l'équation (2).

On considère que la trajectoire d'un photon possède l'allure générale de la figure 6.8(a). Si on représente cette trajectoire sur la sphère du vecteur tangent  $\hat{t}$  (figure 6.8(b)) et que l'on compare deux chemins 1 et 2 faisant un angle  $d\theta$  à l'ori-



fig. 6.6: Photographie de rétrodiffusion dans le régime de Rayleigh avec une solution à 0,25 % de billes de latex de rayon 138 nm éclairée par de la lumière blanche polarisée linéairement. Le faisceau incident pénètre profondément dans la solution et rougit ce qui est caractéristique de la diffusion de Rayleigh. La lumière qui est rétrodiffusée forme un motif en « papillon » dont l'axe est orthogonal à la direction de polarisation incidente.



fig. 6.7: Photographie d'une expérience de rétrodiffusion de la lumière blanche par des billes de latex de rayon 1530 nm à la concentration 0,3 %. La lumière incidente est polarisée linéairement et la lumière sortante est observée à travers un polariseur rectiligne dont la direction est orthogonale à la direction de polarisation incidente. On observe un motif en forme de « fleur », à symétrie quatre.

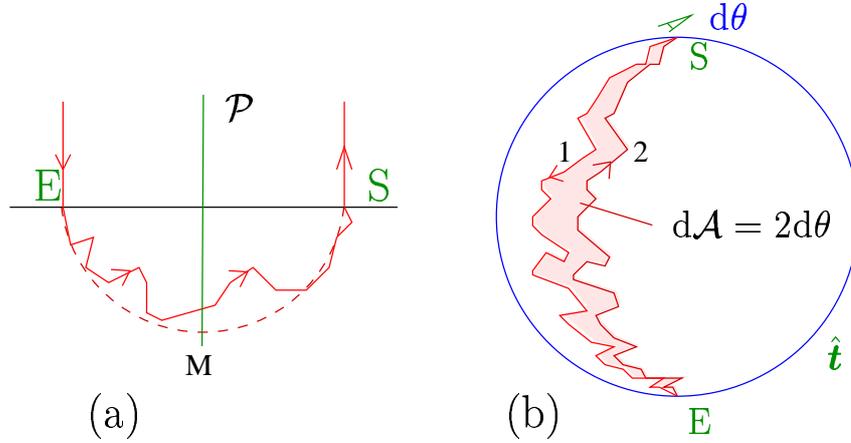


fig. 6.8: *Interprétation topologique de la symétrie quatre des motifs. La trajectoire du photon est représentée dans l'espace direct (a) et sur la sphère du vecteur tangent (b). Si on fait faire à cette trajectoire une rotation de  $d\theta$  la phase géométrique varie de  $d\mathcal{A}$  d'après le théorème de Fuller. Or comme  $\int d\theta = 2\pi$  et  $\int d\mathcal{A} = 4\pi$  on en déduit que  $d\mathcal{A} = 2d\theta$ .*

gine, on compare les deux phases sortantes en calculant l'aire  $d\mathcal{A}$  entourée par la trajectoire de  $\hat{t}$  du rayon 1 parcourue dans le sens ES et celle de  $\hat{t}$  pour le rayon 2 dans le sens inverse SE. La phase géométrique de cette trajectoire est  $\phi_1 - \phi_2$ . Or, lorsque l'on fait un tour pour  $\theta$  (en comparant des rayons de proche en proche), on couvre une surface sur la sphère  $\int_0^{2\pi} d\mathcal{A} = 4\pi$ . Comme  $d\mathcal{A}$  est proportionnelle à  $d\theta$  on en déduit immédiatement

$$d\mathcal{A} = 2d\theta \tag{I-6.30}$$

et de la formule (I-6.20) il découle que l'angle de la polarisation tourne comme  $2\theta$ .

## 6.6 Conclusion et perspectives

On a vu que le transport parallèle de la polarisation de la lumière permet d'interpréter des expériences de rétrodiffusion. L'ensemble des phénomènes optiques pouvant être compris par ces considérations géométriques est très riche, on donne dans cette dernière section l'idée d'une autre expérience.

Dans un milieu possédant un pouvoir rotatoire, comme l'eau sucrée, la phase d'un rayon lumineux évolue proportionnellement à la distance de parcours de la lumière. Ce phénomène provient d'une différence de propagation pour les ondes circulaires gauche et droite. Le pouvoir rotatoire est ici noté  $[\alpha]$ , il représente l'angle de rotation par unité de longueur pour un parcours rectiligne. Il est modélisé par un terme

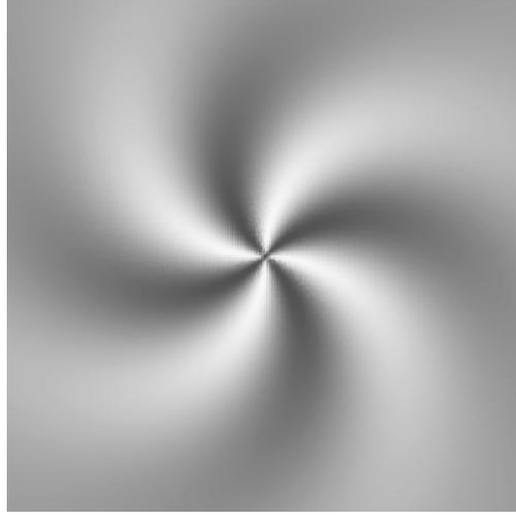


fig. 6.9: Simulation du motif de la polarisation en rétrodiffusion avec un milieu optiquement actif. On a supposé que la fonction  $f$  définie dans le texte est linéaire.

supplémentaire dans la phase du photon de l'équation (I-6.20)

$$\psi = 2\pi \frac{n}{\lambda} L - h\mathcal{A}(\mathcal{T}) + \frac{h}{2}[\alpha]L. \quad (\text{I-6.31})$$

On en déduit que l'angle de rotation de la polarisation observé en rétrodiffusion est changé en  $2\theta + [\alpha]L$ . La distance entre point incident et point émergent étant notée  $r$ , il existe une fonction  $f$  croissante telle que  $\langle L \rangle = f(r)$ . Cette fonction dépend de la densité du milieu, de la taille et la nature des particules. La figure de polarisation est calculée par ordinateur en supposant que  $f$  est linéaire. On obtient une figure de spirale représentée sur la figure 6.9. La comparaison entre cette image et l'image obtenue expérimentalement permettra de caractériser la fonction  $f$ . Cette fonction est déterminée par les conditions expérimentales et elle dépend de quantités microscopiques.

Ceci ne constitue qu'un exemple d'utilisation du concept de transport parallèle en diffusion multiple de la lumière polarisée. De nouvelles approches des milieux dilués de particules de taille micrométrique sont envisageables (milieux chiraux, anisotropes).

TAB. 6.1: *Correspondance entre la trajectoire d'un rayon lumineux et les polymères semi-flexibles*

ADN	Rayon lumineux
$b$	$\ell$
$\ell_p$	$\ell^* \simeq \frac{\ell}{(n-1)^2}$
$\omega_0$	$k = 2\pi n/\lambda$
toujours +1	$h$